愛 知 工 科 大 学 自 動 車 短 期 大 学

2019 年度　　一般入学試験問題（前期）

数　　学

解答・配点

問題 1.　次の各問いに答えよ。

（1）　$x=\sqrt{3}+\sqrt{2},\ y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$　のとき，x^2+y^2　の値を求めよ。

（配点：5 点）

$$x+y=\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$$
$$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2=1$$
$$(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{3})^2-2=10$$

答

10

（2）　$(2x-3)^2-2(2x-3)-15$　を因数分解せよ。

（配点：5 点）

$\{(2x-3)+3\}\{(2x-3)-5\}=2x(2x-8)=4x(x-4)$

答

$4x(x-4)$

（3）　$\dfrac{1-x}{2}<\dfrac{x+1}{3}$　を解け。

（配点：5 点）

$3(1-x)<2(x+1)$　　$3-3x<2x+2$　　$-5x<-1$　　$x>\dfrac{1}{5}$

答

$x>\dfrac{1}{5}$

（4）　$3x^2+5x+1=0$　を解け。

（配点：5 点）

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

答

$\mathrm{x}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

問題 2.　次の各問いに答えよ。

（1）　$0 \leqq x \leqq 4$　を定義域とする二次関数$y = -8 + 6x - x^2$　の最大値を求めよ。

（配点：5 点）

$$y = -(x-3)^2 + 1$$

答

1

（2）　二次関数$y = 3x^2 - 12x + 7$　の頂点の座標を求めよ。

（配点：5 点）

$$y = 3(x-2)^2 - 5$$

答

$(2,\ -5)$

（3）　二次関数$y = x^2 + 2(k+2)x + 16$　のグラフがx軸と接するとき，kの値を求めよ。

（配点：5 点）

判別式$D = 0$ となるので，$\{2(k+2)\}^2 - 4 \times 1 \times 16 = 0$

$k^2 + 4k - 12 = 0$　　$(k-2)(k+6) = 0$　　より，$k = -6,\ 2$

答

$k = -6,\ 2$

（4）　二次関数$y = ax^2 + 2ax + a - 2$　がx軸の正の部分と交わるaの値の範囲を求めよ。

（配点：5 点）

$y = ax^2 + 2ax + a - 2 = a(x+1)^2 - 2$　より，頂点$(-1,\ -2)$となるので，

x軸の正の部分と交わる条件は，下に凸のグラフで，y切片が負となればよい。

よって，　$a > 0$，　$a - 2 < 0$　より，$0 < a < 2$

答

$0 < a < 2$

問題 3.　次の各問いに答えよ。

（1）　θが鋭角で $\cos\theta = \dfrac{15}{17}$ のとき， $\sin\theta$ の値を求めよ。

（配点：5 点）

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{17^2 - 15^2}}{17} = \frac{8}{17}$$

答　$\dfrac{8}{17}$

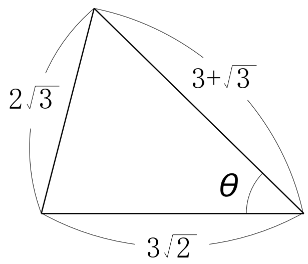
（2）　$\sin 25° = 0.4226$，$\cos 25° = 0.9063$，$\tan 25° = 0.4663$ を利用して $\cos 115°$ の値を求めよ。

（配点：5 点）

$$\cos 115° = \cos(25° + 90°) = -\sin 25° = -0.4226$$

答　-0.4226

（3）　次の図におけるθの角度を求めよ。



（配点：5 点）

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(3+\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times \left(3+\sqrt{3}\right) \times \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

答　$45°$

（4）　$\dfrac{1 - 2\cos^2\theta}{1 - 2\sin\theta\cos\theta} + \dfrac{1 + 2\sin\theta\cos\theta}{1 - 2\sin^2\theta}$ の値を求めよ。

（配点：5 点）

$$\frac{\sin^2\theta - 2\cos^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta} + \frac{\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta - 2\sin^2\theta + \cos^2\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{(\sin\theta - \cos\theta)^2} - \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} - \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 0$$

答　0

問題 4.　次の各問いに答えよ。

（1）　3 辺の長さが $\mathrm{AB}=2$，$\mathrm{BC}=x$，$\mathrm{CA}=4-x$であるような △ABC がある。このとき，xの値の範囲を求めよ。

（配点：5 点）

3 辺の長さは正であるから$x>0$，$4-x>0$　よって　$0<x<4$　　次に，△ABC が存在するための必要十分条件は　$2+x>4-x$　かつ　$2+(4-x)>x$　かつ　$x+(4-x)>2$

よってxの値の範囲は　$1<x<3$

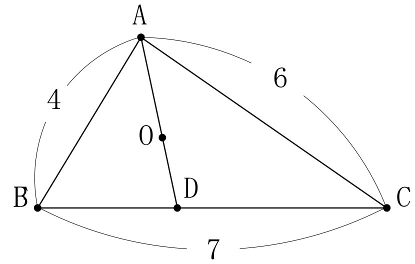
答

$1<x<3$

（2）　右図の点 O は △ABC の内心である。

このとき，AO : OD の長さの比を求めよ。

（配点：5 点）



AD は∠A の二等分線であるから BD : DC = AB : AC = 2 : 3

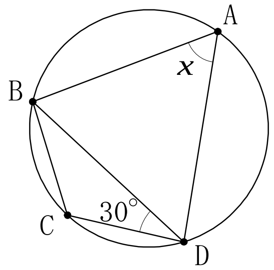
よって $\mathrm{BD}=\frac{2}{5}\mathrm{BC}=\frac{14}{5}$ また，BO は∠B の二等分線であるから

AO : OD = AB : BD = 10 : 7

答

10 : 7

（3）　次の図において BC = CD のとき，xの角度を求めよ。



（配点：5 点）

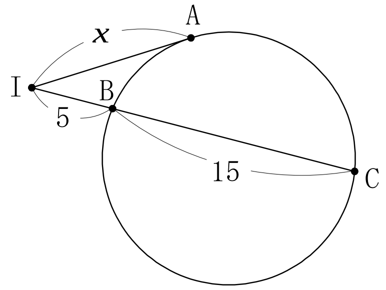
$\angle\mathrm{CDB}=\angle\mathrm{CBD}=30^\circ$　より，　$\angle\mathrm{C}=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

四角形 ABCD は円に内接するから　$\angle\mathrm{A}=180^\circ-\angle\mathrm{C}=60^\circ$

答

60°

（4）　次の図において AI が円の接線のとき，xの長さを求めよ。



（配点：5 点）

方べきの定理より，

$\mathrm{AI}^2=\mathrm{IB}\times\mathrm{IC}=5\times20=100$　　よって$x=10$

答

10

問題 5.　次の各問いに答えよ。

（1）　630　を素因数分解せよ。

（配点：5 点）

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

答

$2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

（2）　5390　をnで割って，余りが 0 で，商が自然数の平方になるようにしたい。そのようなnの最小値を求めよ。

（配点：5 点）

$5390 = 2 \times 5 \times 7^2 \times 11$　であるから，　$\frac{5390}{n} = 7^2$　　$n = 110$

答

110

（3）　5 進法で表された　$123_{(5)}$　を 10 進法で表しなさい。

（配点：5 点）

$$1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 3 \times 5^0 = 38$$

答

38

（4）　最大公約数が 12 で，最小公倍数が 120 である 2 つの自然数a，b　$(a < b)$をすべて求めよ。

（配点：5 点）

$a = 12a'$，$b = 12b'$(a'とb'は互いに素で，$a' < b'$)，$12a'b' = 120$　より，$a'b' = 10$　となる。

これらを満たす自然数の組み合わせは，$(a',\ b') = (1,\ 10) = (2,\ 5)$となるので，

$(a,\ b) = (12,\ 120) = (24,\ 60)$

答

$(a,\ b) = (12,\ 120) = (24,\ 60)$